

(51)Int.Cl. ⁶	識別記号	F I
H01Q 21/24		H01Q 21/24
3/30		3/30
13/08		13/08
21/06		21/06

審査請求 有 請求項の数 2 F D (全12頁)

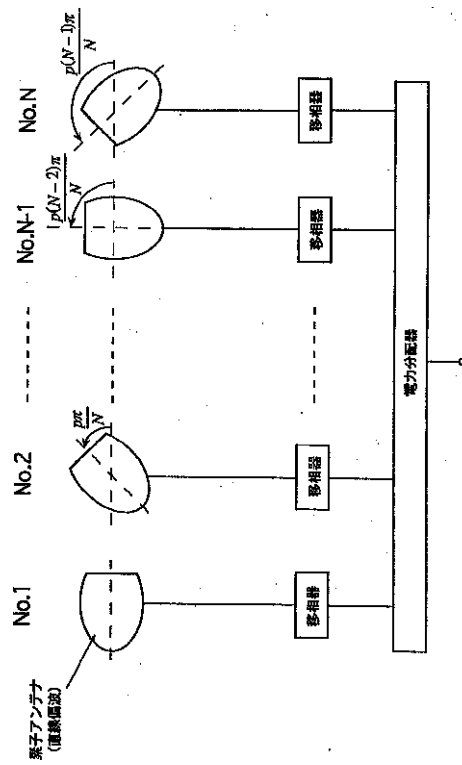
(21)出願番号	特願平10 - 46193	(71)出願人	391027413 郵政省通信総合研究所長 東京都小金井市貫井北町4丁目2番1号
(22)出願日	平成10年(1998) 2月12日	(72)発明者	田中 正人 茨城県鹿嶋市平井893 - 1 郵政省通信総合研究所 関東支所鹿島宇宙通信センター内
特許法第30条第1項適用申請有り 1997年8月13日 社団法人電子情報通信学会発行の「1997年電子情報通信学会通信ソサイエティ大会講演論文集1」に発表			

(54) 【発明の名称】 偏波可変フェーズドアレーアンテナ

(57) 【要約】

【課題】 スイッチの能動デバイスやもう1セットの移相器・合成器を付加することなく左旋円偏波と右旋円偏波の両方のビームを走査でき、また、偏波を所望の楕円偏波にしたビームを走査できるフェーズドアレーアンテナを提案する。

【解決手段】 直線偏波の素子アンテナを用いたアレーアンテナで各素子アンテナをボアサイト軸の回りに $p(n-1)/N$ ラジアン (N は全素子数、 n は素子番号、 p は $1 \leq p \leq N-1$ の整数) を与えて配置し、各素子アンテナに移相器を取り付けて、フェーズドアレーアンテナの基本構成とする。



【特許請求の範囲】

【請求項 1】 複数の直線偏波の素子アンテナからなるアレーアンテナであって、上記各素子アンテナをポアサイト軸の周りに $p(n-1)/N$ ラジアン回転 (N は全素子数、 n は素子番号、 P は $1 \leq P \leq N-1$ の整数) を与えて配置し、更に上記各素子アンテナはそれぞれ移相器を介して電力分配器と結合すると共に、給電位相を変えるだけで右旋円偏波と左旋円偏波のビーム走査可能なこと、および給電位相を変えるだけで右旋円偏波に対する $Nu11$ (放射電界がゼロになるところ) と左旋円偏波に対する $Nu11$ をビーム走査可能なことを特徴とする偏波可変フェーズドアレーアンテナ。

【請求項 2】 複数の直線偏波の素子アンテナからなるアレーアンテナであって、上記各素子アンテナをポアサイト軸の周りに $p(n-1)/N$ ラジアン回転 (N は全素子数、 n は素子番号、 P は $1 \leq P \leq N-1$ の整数) を与えて配置し、更に上記各素子アンテナはそれぞれ移相器を介して電力分配器と結合すると共に、給電位相を変えるだけで所望の楕円偏波のビームを走査可能なことを特徴とする偏波可変フェーズドアレーアンテナ。

【発明の詳細な説明】

【0001】

【発明の属する技術分野】 本発明は左右両円偏波を送受信でき、例えば左旋円偏波区域と右旋円偏波区域の間を移動しても両偏波に対応できるフェーズドアレーアンテナに関するものである。

【0002】

【従来の技術】 左右両円偏波による周波数再利用システムで、左旋円偏波区域と右旋円偏波区域の間を移動した場合、両偏波に対応する 2 組のフェーズドアレーを必要とする。例えば、マルチビーム衛星による移動体通信システムで、左右両円偏波による周波数再利用が図られたシステムにおいて、左右両円偏波に対応したフェーズドアレーを移動体局に使用することでどのビーム領域においても通信可能となる。

【0003】 現に、日本と韓国の衛星放送は同じ周波数を使用しているが、アイソレーションを取るためにアンテナビームによる空間分割とともに逆旋円偏波が用いられている。日本と韓国の間を行き来する移動体局 (船舶や航空機) で左右両円偏波に対応したフェーズドアレーを使用することにより、両国の衛星放送の受信が可能となる。

【0004】 また、リモートセンシング用のレーダで、左右両偏波を利用するポーラメトリックレーダがあるが、左旋円偏波用と右旋円偏波用のアンテナは別々のアンテナを用いている。

【0005】 ミリ波構内通信システムでは親局から子局に直接到達した電波を使用するが、親局と子局の間に人などが入り込んで直接波が遮断されたときに、壁などで反射された電波を使用することも考えられる。

【0006】 しかしながら、円偏波が壁などにぶつかって反射された場合、一般に逆旋の楕円偏波となり、楕円偏波率は壁の材質や電波の入射角に依存する。そして、壁などで反射された電波を利用しようとする楕円偏波に適合するアンテナが必要になるが従来のアンテナではこれを容易に受信することができなかった。

【0007】

【発明が解決しようとする課題】 すなわち、右旋円偏波の素子アンテナからなるフェーズドアレーと左旋円偏波の素子アンテナからなるフェーズドアレーの 2 つのフェーズドアレーを用いる方法では、フェーズドアレーが 2 台必要であることから、1 台のフェーズドアレーによる場合に比べてコスト、重量、容積が約 2 倍になり、非効率である。

【0008】 また、左右両円偏波の素子アンテナを用いる場合、例えば、図 10 (a) に示すようなマイクロストリップアンテナでは、給電点 1 で給電すると右旋円偏波が、給電点 2 で給電すると左旋円偏波が得られる。また、図 10 (b) に示すようなマイクロストリップアンテナでは、給電点 3 で給電すると右旋円偏波が、給電点 4 で給電すると左旋円偏波が得られる。すなわち、図 10 (a) 及び図 10 (b) のアンテナは、2 つの給電点に対応して左右両円偏波の放射が可能である。

【0009】 これら図 10 (a) 及び図 10 (b) のアンテナをアレーの素子アンテナとして使用してフェーズドアレーを構成しようとする、通常は図 11 のように移相器のセットを 1 つ用意して、スイッチで給電点を切り替えることにより、左右両円偏波のビームを走査可能である。また、図 10 (b) の素子アンテナについては図 11 の構成以外に、図 12 に示すようにスイッチで給電点を切り替える代わりに移相器のセットを右旋円偏波用と左旋円偏波用の 2 セット用意することにより左右両円偏波のビームを走査可能である。

【0010】 ただし、図 11 の構成のフェーズドアレーではスイッチおよびスイッチ制御回路が必要となり、コストが高くなる問題がある。また、図 12 の構成では移相器のセットが 2 つ必要であり、コスト、重量、容量の面で問題があった。

【0011】 また、楕円偏波ビームを走査しようとした場合のフェーズドアレーアンテナとしては、図 13 に示す 2 点給電のマイクロストリップアンテナを用いて構成される図 14 のようなフェーズドアレーアンテナが考えられる。このフェーズドアレーでは、ビーム走査用の移相器以外に素子アンテナの偏波を変化させるための移相器が各素子アンテナに取り付けてあり、これにより素子アンテナ自体の偏波を可変させることができ、楕円偏波のビームを走査可能である。

【0012】 ただし、図 14 の構成のフェーズドアレーではビーム走査用の移相器以外に素子アンテナ用移相器が必要であり、また、2 点給電マイクロストリップアン

テナであることから 2 電力分配器が各素子アンテナに必要となり、コストが高くなる問題がある。

【 0 0 1 3 】

【課題を解決するための手段】本発明は上記従来の欠点に鑑み提案されたもので、フェーズドアレーは通常、素子アンテナと移相器と合成器から構成されているが、これ以外にスイッチ等の能動デバイスやもう 1 セットの移相器・合成器を付加することなく、左旋円偏波と右旋円偏波の両方のビームを走査できるフェーズドアレーアンテナを提供するものである。

【 0 0 1 4 】また、このフェーズドアレーアンテナは左旋円偏波に対する Null (放射電界がゼロになるところ)、右旋円偏波に対する Null も走査できる。さらに、所望の楕円偏波率や楕円の傾き角に設定でき、設定した楕円偏波ビームを走査可能であるものを提供するものである。

【 0 0 1 5 】具体的には、複数の直線偏波の素子アンテナからなるアレーアンテナであって、上記各素子アンテナをボアサイト軸の周りに $p(n-1)/N$ ラジアン (N は全素子数、n は素子番号、P は 1 P N - 1 の整数) を与えて配置し、更に上記各素子アンテナはそれぞれ移相器を介して電力分配器と結合すると共に、給電位相を変えるだけで右旋円偏波と左旋円偏波のビーム走査可能なこと、および給電位相を変えるだけで右旋円偏波に対する Null (放射電界がゼロになるところ) と左旋円偏波に対する Null をビーム走査可能なことを特徴とする偏波可変フェーズドアレーアンテナを提供する。

【 0 0 1 6 】また、複数の直線偏波の素子アンテナからなるアレーアンテナであって、上記各素子アンテナをボアサイト軸の周りに $p(n-1)/N$ ラジアン (N は全素子数、n は素子番号、P は 1 P N - 1 の整数) を与えて配置し、更に上記各素子アンテナはそれぞれ移相器を介して電力分配器と結合すると共に、給電位相を変えるだけで所望の楕円偏波のビームを走査可能なことを特徴とする偏波可変フェーズドアレーアンテナを提供する。

【 0 0 1 7 】

【発明の実施の形態】以下に本発明の実施形態を図面に基づいて説明する。図 1 に示すように、直線偏波の素子アンテナを用いたアレーアンテナで各素子アンテナをボアサイト軸の回りに $p(n-1)/N$ ラジアン (N は全素子数、n は素子番号、p は 1 p N - 1 の整数) を与えて配置し、各素子アンテナに移相器を取り付けたフェーズドアレーが本発明の実施形態における基本構成である。なお、直線偏波の素子アンテナとしては図 2 のマイクロストリップパッチアンテナ等がある。

【 0 0 1 8 】左旋・右旋円偏波切替ビーム走査および左旋・右旋円偏波に対する Null の走査においては、上記したフェーズドアレーの各素子アンテナを図 3 の X Y

平面上に配置し、左旋・右旋円偏波を切り替えて (,) 方向にビーム走査するには、各素子アンテナに与える位相 $U_n(,)$ を下記の数式 1 とする。

【 0 0 1 9 】

【数 1】

数式 1

$$U_n(\theta_0, \phi_0) = k_0 \mathbf{d}_n \cdot \mathbf{r}(\theta_0, \phi_0) + \Theta_n$$

10 【 0 0 2 0 】なお、数式 1 において、変数は下記のように定義される。

n : 素子番号

\mathbf{d}_n : 素子アンテナの位置を示す位置ベクトル

$\mathbf{r}(,)$: ビーム走査方向 (,) の単位ベクトル

k_0 : 自由空間中の波数

この数式 1 の第 1 項はビーム走査用の位相である。第 2 項は円偏波用の位相であり、数式 2 で表される。

【 0 0 2 1 】

20 【数 2】

数式 2

$$\Theta_n = (-1)^m \frac{p(n-1)\pi}{N}$$

【 0 0 2 2 】なお、数式 2 において、変数は下記のように定義される。

p : 1 p N - 1 の整数

N : アレー素子数

n : 素子アンテナの番号

30 数式 2 の位相と素子アンテナのボアサイト軸回りの回転角 $p(n-1)/N$ ラジアンにより、円偏波が得られる。ここで m は円偏波の回転方向を決める係数であり、 $m = 0$ のとき左旋円偏波、 $m = 1$ のとき右旋円偏波となる。

【 0 0 2 3 】フェーズドアレーでは、数式 1 で表される位相は移相器により与えられることから、 m の制御は容易に可能であり、このことから、右旋、左旋の両方の円偏波のビームを走査できる。また、逆に考えると左旋・右旋円偏波に対する Null を走査できるということになる。

40 【 0 0 2 4 】偏波可変ビーム走査においては、図 3 の平面フェーズドアレーを偏波状態が可変なフェーズドアレーとして動作をさせるために各素子アンテナへ与えるの位相 $V_n(,)$ は数式 3 で表される。

【 0 0 2 5 】

【数 3】

数式 3

$$V_n(\theta_0, \phi_0) = k_0 \mathbf{d}_n \cdot \mathbf{r}(\theta_0, \phi_0) + \Theta_n + \Delta\Psi_n$$

50 【 0 0 2 6 】なお、数式 3 において n は素子番号をあら

わす。この数式 3 の第 1 項はビーム走査用の位相である。第 2 項は数式 2 で表される円偏波用の位相である。また、第 3 項の θ_n は合成電界を楕円偏波にするための位相であり、 ϕ_n の与えかたにより楕円偏波率と楕円の傾き角 (t i l t a n g l e) が決まる。数式 3 で表される位相 $V_n (\theta_0, \phi_0)$ は各素子アンテナに接続されている移相器により実現可能である。

【 0 0 2 7 】

【実施例】本発明の第 1 実施例を以下に示す。左旋・右旋円偏波切替ビーム走査および左旋・右旋円偏波に対する Null の走査の動作原理を図 4 に示す 4 素子アレーの場合で説明する。

【 0 0 2 8 】まず、はじめに、アレーのボアサイト方向での動作を考える。各素子アンテナをボアサイト軸の回りに $(n - 1) / 4$ ラジアン回転 (n は素子番号、 $p = 1$) を与えて配置された後の各素子アンテナの偏波は、図 5 (1) のようになる。各素子アンテナは直線偏波である。直線偏波は、図 5 (2) のように右旋円偏波成分と左旋円偏波成分に分解できる。アレーのボアサイト方向に右旋円偏波のビームを走査するには、各素子アンテナに数式 4 の位相をあたえる。

【 0 0 2 9 】

【数 4】

数式 4

$$U_n(\theta_0, \phi_0) = \Theta_n = -\frac{(n-1)\pi}{4}$$

【 0 0 3 0 】この数式 4 は数式 2 で $m = 1$ の場合である
数式 6

$$\mathbf{E}_n(\theta_0, \phi_0) = \frac{1}{2} e^{j\{\phi_0 - (n-1)\pi/4\}} \{ E_e(\theta_0) \mathbf{e}_\theta - j E_h(\theta_0) \mathbf{e}_\phi \} + \frac{1}{2} e^{-j\{\phi_0 - (n-1)\pi/4\}} \{ E_e(\theta_0) \mathbf{e}_\theta + j E_h(\theta_0) \mathbf{e}_\phi \}$$

【 0 0 3 5 】ここで、 $E_e (\theta_0)$ 、 $E_h (\theta_0)$ はそれぞれ $\theta = 0$ 方向での E 面電界および H 面電界、 \mathbf{e}_θ 、 \mathbf{e}_ϕ はそれぞれ θ 方向、 ϕ 方向の単位ベクトル、 j は虚数単位である。数式 6 の第 1 項は左旋楕円偏波、第 2 項は右旋楕円偏波を表している。アレーのボアサイト方向すなわち $\theta = 0$ 方向では $E_e (0) = E_h (0)$ となることから数式 6 の第 1 項は左旋円偏波、第 2 項は右旋円偏波となり、直線偏波が左旋円偏波と右旋円偏波に分解できる。

【 0 0 3 6 】一般に θ がボアサイト方向から離れると $E_e (\theta_0)$ と $E_h (\theta_0)$ は一致しなくなるが、よく用いられるマイクロストリップ円形パッチアンテナ等ではかなり広い範囲までほぼ一致するとみなせる。このため、ビームをある方向に走査したときの動作は、上記で検討したアレーのボアサイト方向での動作とほとんど同じことになり、左旋・右旋円偏波を切替えてビーム走査で

る。なお、数式 4 で n は素子番号を表す。この場合、図 6 のように、右旋円偏波成分に対しては各素子アンテナの電界ベクトルが同位相で合成されるが、左旋円偏波成分に対しては各素子アンテナの電界ベクトルが合成されると零になるようにはたらく。したがって、アレー全体としては右旋円偏波が得られ、左旋円偏波成分は零となる。逆に、アレーのボアサイト方向に左旋円偏波のビームを走査するには、各素子アンテナに数式 5 の位相をあたえる。

【 0 0 3 1 】

【数 5】

数式 5

$$U_n(\theta_0, \phi_0) = \Theta_n = +\frac{(n-1)\pi}{4}$$

【 0 0 3 2 】この数式 5 は数式 2 で $m = 0$ の場合である。なお、数式 5 で n は素子番号をあらわす。この場合、図 7 のように、左旋成分は同位相で合成されるが、右旋成分は零となる。フェーズドアレーにおいては、位相の制御は移相器でおこなえることから、右旋円偏波用の給電位相と左旋円偏波用の給電位相の切り替えは容易である。

【 0 0 3 3 】次に、ビームをある方向に走査した場合を考える。フェーズドアレーでビームを走査した方向 (θ_0, ϕ_0) での第 n 番目の素子アンテナの電界は数式 6 で表される。

【 0 0 3 4 】

【数 6】

きることになる。また、左旋・右旋円偏波に対する Null ビームを走査できることになる。

【 0 0 3 7 】以下に本発明の第 2 実施例であるビーム走査した方向での偏波を所望の楕円偏波に設定できることを説明する。第 1 実施例の場合と同じで、素子アンテナとしてマイクロストリップ円形パッチアンテナ等を用い、 $E_e (\theta_0)$ と $E_h (\theta_0)$ がかなり広い範囲までほぼ一致するとみなせる場合について考える。図 1 のフェーズドアレーで、 (θ_0, ϕ_0) 方向にビーム走査するように数式 3 で表される位相で給電したときの (θ_0, ϕ_0) 方向での楕円偏波率 (軸比) A R と傾き角 α は数式 7、数式 8 で表され、数式 3 の中の偏波可変位相 θ_n に依存する。

【 0 0 3 8 】

【数 7】

10

20

40

50

数式 7

$$AR = \frac{\left| \sum_{n=1}^N e^{j\Delta\Psi_n} \right| + \left| \sum_{n=1}^N e^{j(2\Theta_n + \Delta\Psi_n)} \right|}{\left| \sum_{n=1}^N e^{j\Delta\Psi_n} \right| - \left| \sum_{n=1}^N e^{j(2\Theta_n + \Delta\Psi_n)} \right|}$$

数式 8

$$\tau = \frac{1}{2} \left(\tan^{-1} \frac{\sum_{n=1}^N \sin \Delta\Psi_n}{\sum_{n=1}^N \cos \Delta\Psi_n} + \tan^{-1} \frac{\sum_{n=1}^N \sin(2\Theta_n + \Delta\Psi_n)}{\sum_{n=1}^N \cos(2\Theta_n + \Delta\Psi_n)} \right)$$

【 0 0 4 0 】ここで、 θ_n は数式 2 で表される円偏波用の位相であり各素子アンテナ毎に固定である。以上により、各素子アンテナに与える偏波可変用位相 θ_n を適当に選ぶことにより、楕円偏波率 AR と傾き角 τ を変えることができる。

【 0 0 4 1 】ここで、楕円偏波率 AR と傾き角 τ は偏波可変用位相 θ_n の関数であることから、偏波可変用位相 θ_n に依存して同時に変化するように見え、楕円偏波率 AR と傾き角 τ を独立に変化させることができないように見えるが、実は偏波可変用位相 θ_n の組み合わせの選び方により独立に変化させることが可能である。例えば、図 4 に示す 4 素子アレーにおいて偏波可変用位相 θ_n の組み合わせを、次の 2 つのケースとした場合の楕円偏波率 AR と傾き角 τ を比べてみる。この場合の円偏波用位相 θ_n は数式 2 で $m = 1$ とし、右旋円偏波にしてある。

【 0 0 4 2 】ケース 1

【 0 0 4 3 】

【数 9】

数式 9

$$(\Delta\Psi_1, \Delta\Psi_2, \Delta\Psi_3, \Delta\Psi_4) = (0, \pi/2, 0, 0)$$

【 0 0 4 4 】ケース 2

【 0 0 4 5 】

【数 10】

数式 10

$$(\Delta\Psi_1, \Delta\Psi_2, \Delta\Psi_3, \Delta\Psi_4) = (0, 0, \pi/2, 0)$$

【 0 0 4 6 】ケース 1 の場合の偏波状態は図 8 のようになる。このときの楕円偏波率 AR_1 と傾き角 τ_1 は、数式 1 1 となる。

【 0 0 4 7 】

【数 11】

【 0 0 3 9 】

【数 8】

数式 1 1

$$AR_1 = \frac{1}{2}(3 + \sqrt{5}) \quad \tau_1 = -13.3^\circ$$

【 0 0 4 8 】ケース 2 の場合の偏波状態は図 9 のようになる。このときの楕円偏波率 AR_2 と傾き角 τ_2 は数式 1 2 となり、ケース 1 と比べると、楕円偏波率は等しいが、傾き角が異なる。

【 0 0 4 9 】

【数 1 2】

数式 1 2

$$AR_2 = \frac{1}{2}(3 + \sqrt{5}) \quad \tau_2 = 31.7^\circ$$

【 0 0 5 0 】したがって、偏波可変用位相 θ_n の組み合わせを選ぶことにより、楕円偏波率 AR と傾き角 τ を独立に変えることができる。

【 0 0 5 1 】以上、本発明を図面に記載された実施形態に基づいて説明したが、本発明は上記した実施形態だけではなく、特許請求の範囲に記載した構成を変更しない限りどのようになでも実施することができる。

【 0 0 5 2 】

【発明の効果】以上要するに、本発明によれば、下記に示すような多大な効果を奏する。フェーズドアレーにスイッチ等の能動デバイスやもう 1 セットの移相器・合成器を付加することなく、1 つのフェーズドアレーで給電位相量を変えるだけで左旋円偏波と右旋円偏波の両方のビームを走査できる。また、給電位相量を変えるだけで右旋円偏波に対する Null と左旋円偏波に対する Null をビーム走査できる。

【 0 0 5 3 】フェーズドアレーに能動デバイス等を付加することなく、給電位相量を変えるだけでビーム走査した方向の偏波を所望の楕円偏波にできる。

【図面の簡単な説明】

【図 1】偏波切替および偏波可変フェーズドアレーの構成を示すブロック図である。

- 【図2】直線偏波の素子アンテナを示す構成図である。
- 【図3】平面上に配置したフェーズアレーの各素子アンテナと座標系の関係をしめす概念図である。
- 【図4】偏波切替および偏波可変4素子フェーズアレーの構成を示すブロック図である。
- 【図5】(1), (2)は右旋円偏波成分と左旋円偏波成分への分解を示す概念図である。
- 【図6】右旋円偏波の生成の状態を示す概念図である。
- 【図7】左旋円偏波の生成の状態を示す概念図である。
- 【図8】(1), (2), (3)は4素子アレーにおける偏波可変用位相 ϕ の組み合わせのケース1を示す概念図である。
- 【図9】(1), (2), (3)は4素子アレーにおける偏波可変用位相 ϕ の組み合わせのケース2を示す

概念図である。

【図10】(a)、(b)は何れも左右両偏波の素子アンテナを示す構成図である。

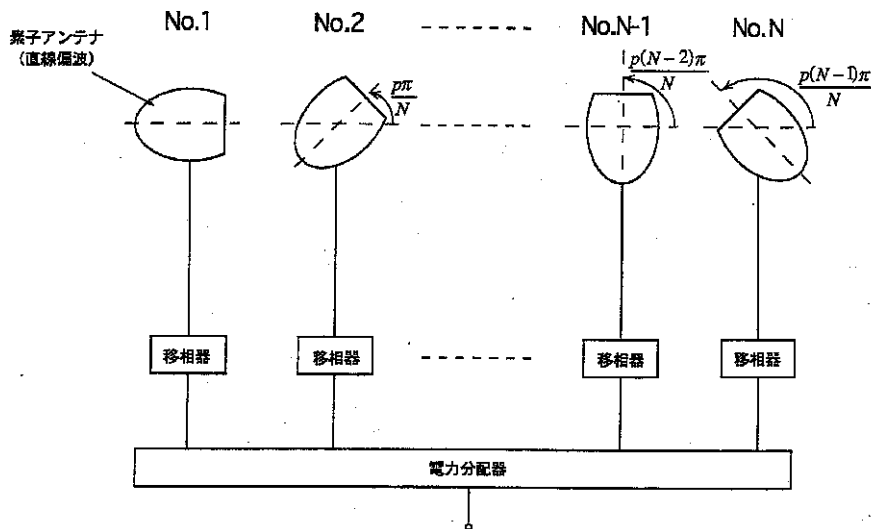
【図11】従来のスイッチによる左右両円偏波ビーム走査用フェーズアレーの構成を示すブロック図である。

【図12】従来の2セット移相器による左右両円偏波ビーム走査用フェーズアレーの構成を示すブロック図である。

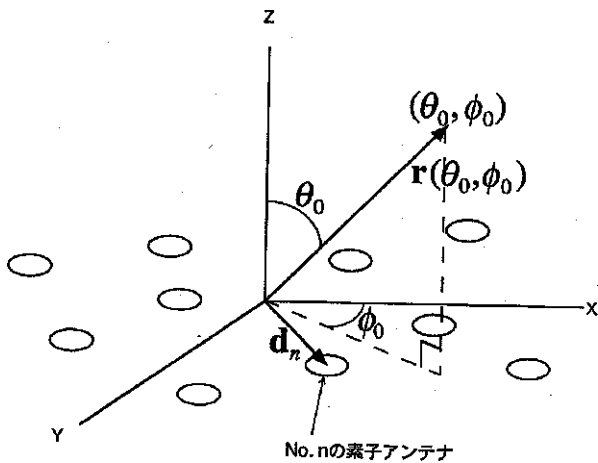
【図13】2点給電による素子アンテナを示す構成図である。

【図14】従来の偏波可能な素子アンテナによる楕円偏波ビーム走査用フェーズアレーの構成を示すブロック図である。

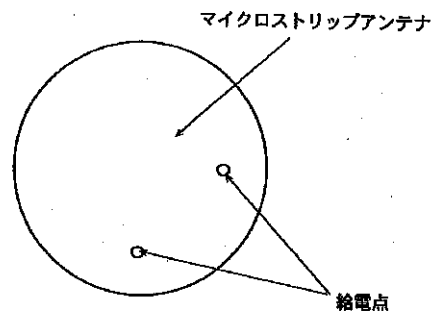
【図1】



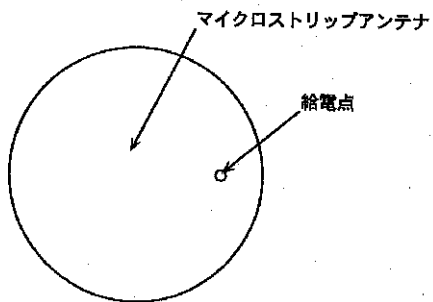
【図3】



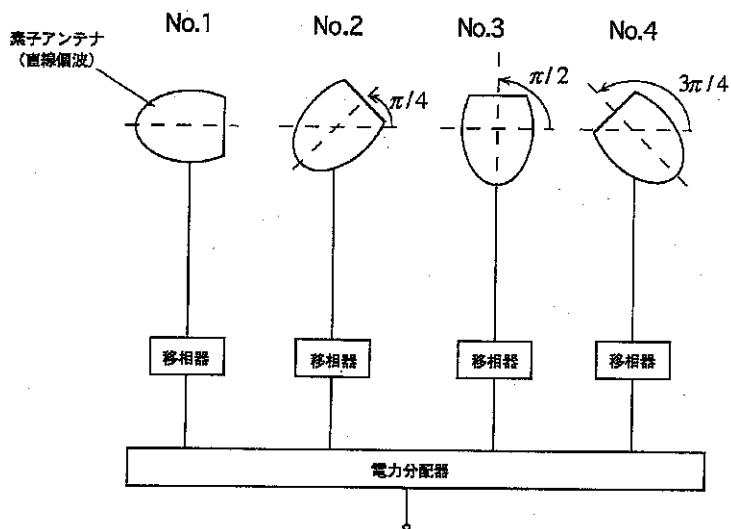
【図13】



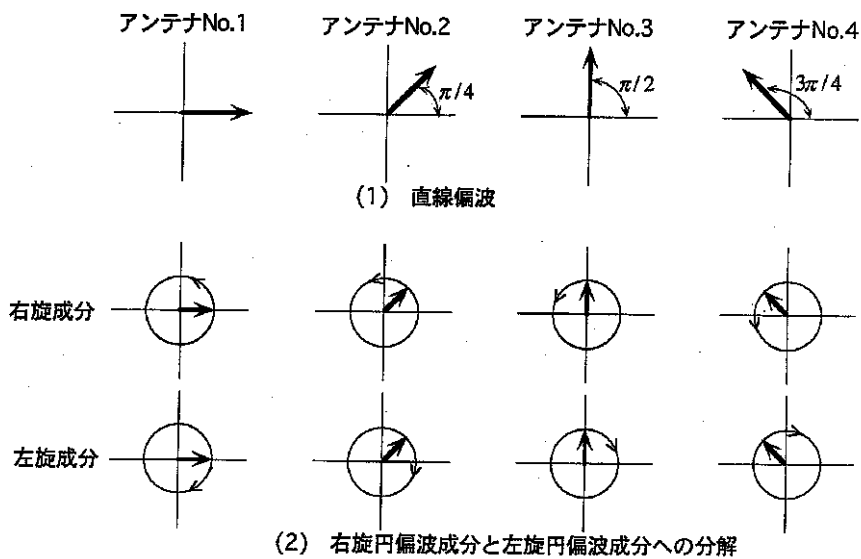
【 図 2 】



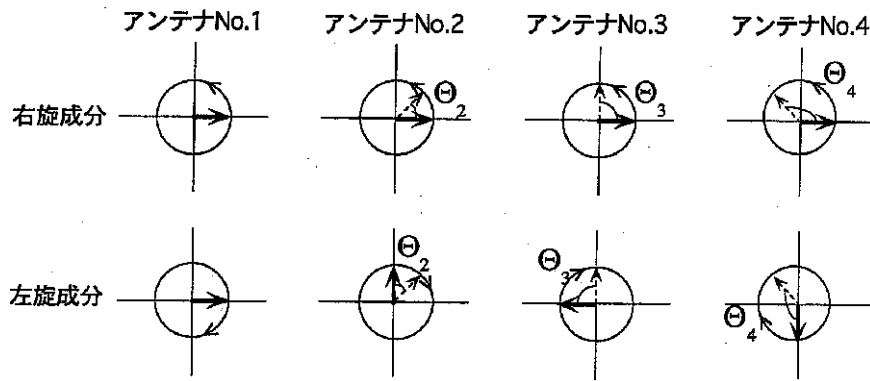
【 図 4 】



【 図 5 】



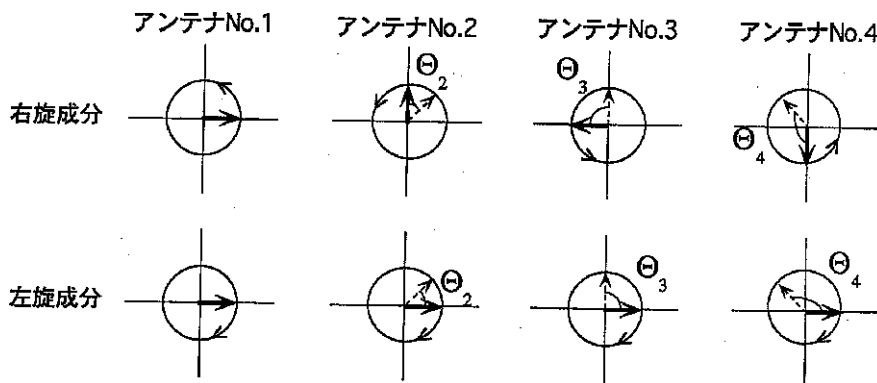
【 図 6 】



Θ_n : 円偏波用位相

$$\text{右旋円偏波の場合 : } \Theta_n = -\frac{(n-1)\pi}{4}$$

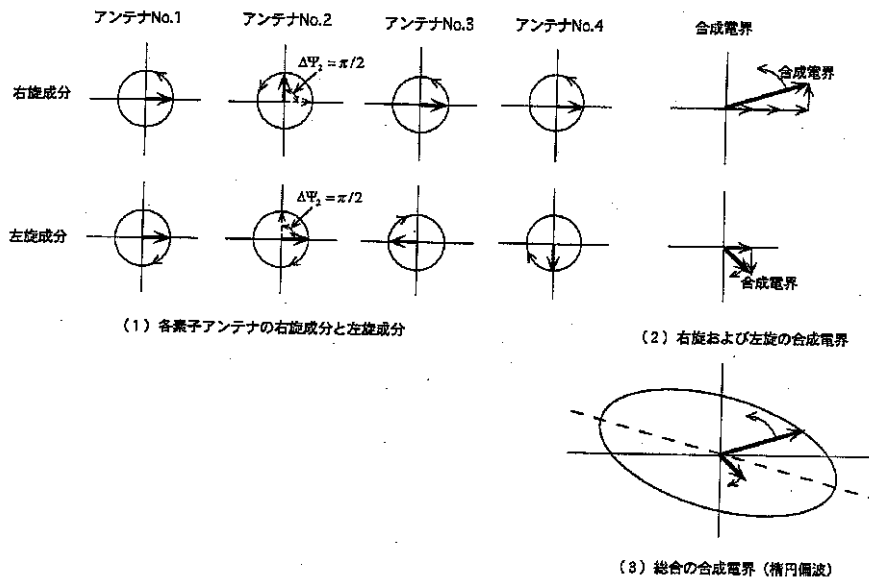
【 図 7 】



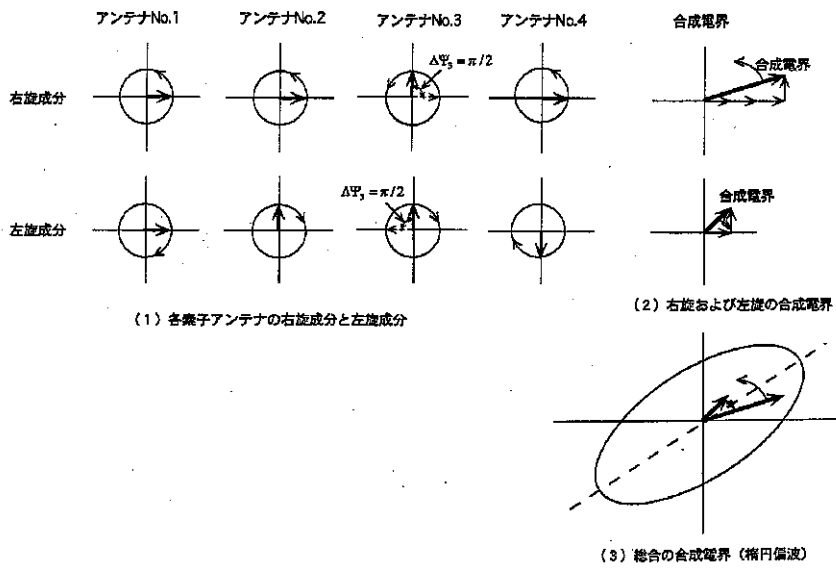
Θ_n : 円偏波用位相

$$\text{左旋円偏波の場合 : } \Theta_n = +\frac{(n-1)\pi}{4}$$

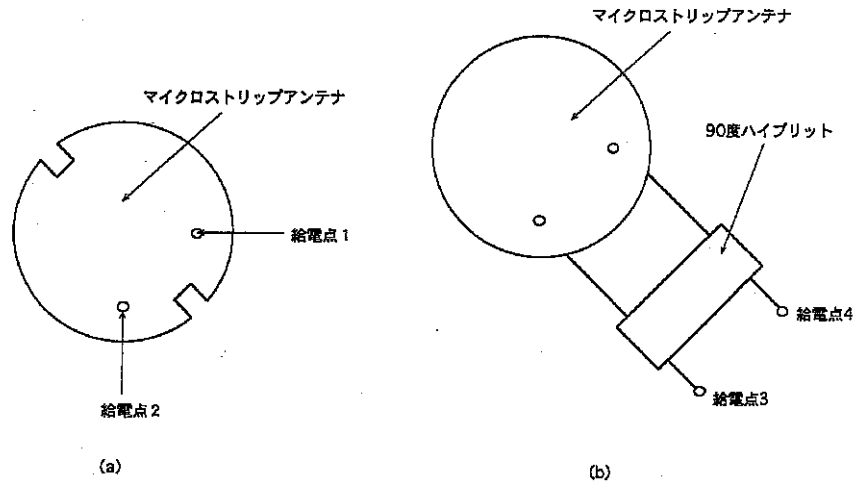
【 図 8 】



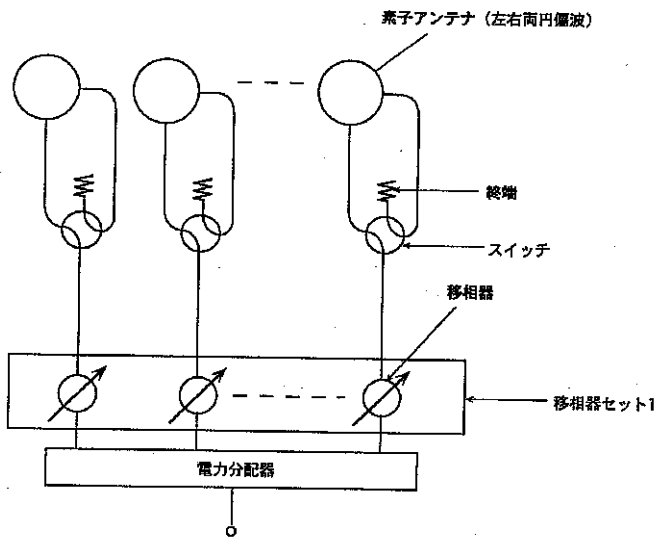
【 図 9 】



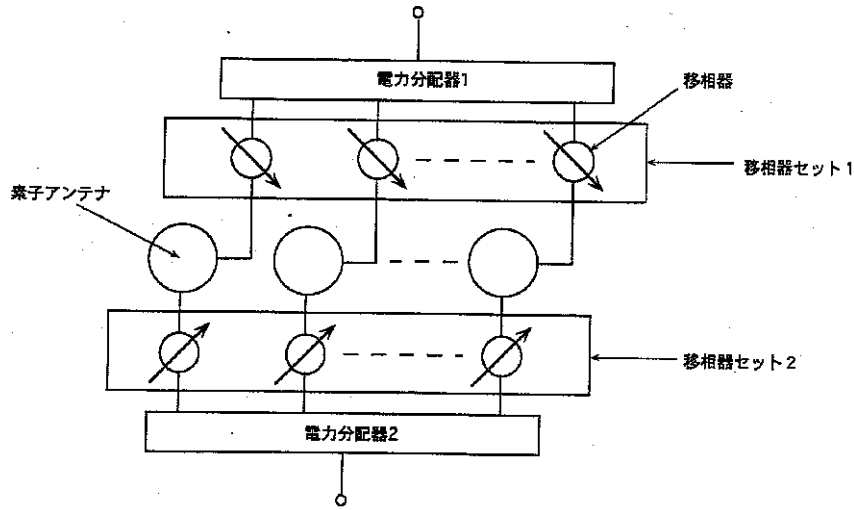
【 図 1 0 】



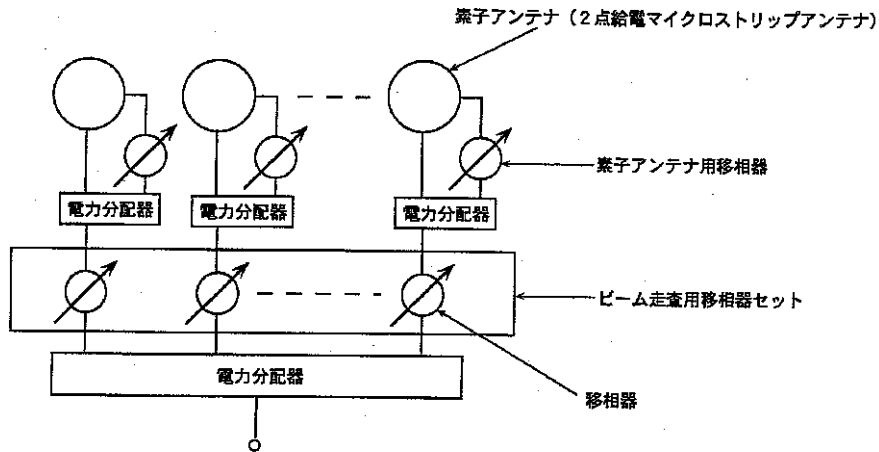
【 図 1 1 】



【図 1 2】



【図 1 4】



【手続補正書】

【提出日】平成 1 1 年 3 月 1 1 日

【手続補正 1】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0 0 1 9

【補正方法】変更

【補正内容】

【0 0 1 9】

【数 1】

【手続補正 2】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0 0 2 5

【補正方法】変更

【補正内容】

【0 0 2 5】

【数 3】

数式 1

$$U_n(\eta_0, \omega_0) = -k_0 d_n \cdot r(\eta_0, \omega_0) + H_n$$

数式 3

$$V_n(\eta_0, \omega_0) = -k_0 \mathbf{d}_n \cdot \mathbf{r}(\eta_0, \omega_0) + H_n + \Delta \Xi_n$$