

ランダム行列と準位相関

東京大学総合文化研究科 氷上 忍

Random matrices and energy level correlations.

Shinobu Hikami,

Department of Basic Sciences, University of Tokyo,

ランダム行列の固有値分布と不純物系でのエネルギー準位分布との関連性が指摘され、多くの議論がなされて、その共通である普遍性 (universality) が理解されつつある。この普遍性は、たとえば量子ドット中の電子、超伝導渦中の準粒子、金属微粒子中の電子準位に見られるものである。

エネルギー準位間隔分布関数は普遍性があるので、比較するのに便利な量であるが、ここではランダム行列の特性多項式の k 次モーメントの研究を行った。特性多項式 (characteristic polynomials) は $f(x) = \det(x - M)$ で与えられ、その零点がランダム行列の固有値を表す。 k 次モーメントは $f(x)^k$ を意味し、 M の成分要素をある確率にしたがってランダムに取ることにより平均を計算することが出来る。異なる x に対し、 $F = \langle f(x_1)f(x_2)\dots f(x_k) \rangle$ は固有値の相関関数と関連した量であるため、普遍性が有り、すべての x が等しい極限でも universality が成り立つ。

M がユニタリー $U(N)$ 、オーソゴナル $O(N)$ 、シンプレチック $JSp(N)$ な Lie 代数の場合にこのモーメントを計算し、その universal な量を求めた。リーマンゼータ関数、および L -関数のモーメント平均と比較してみると、universal な係数の一致を見ることが出来た。物理的に興味がある状態密度が消える点での準位相関として、ランダム行列に外場を導入し、特性多項式のモーメントを計算した。その際、新しい有用な公式を F に対して求めることが出来た。

M が実対称なランダム行列である場合は、前述の Lie 代数に比べ容易ではないがグラスマン数を使うことにより、同様にモーメントを計算できることが判明し、物理現象との比較を現在検討中である。

参考文献

- 1) E.Brezin and S.Hikami, Commun. Math. Phys. 214, 111 (2000).
- 2) E.Brezin and S.Hikami, Physica A279, 333 (2000).
- 3) E.Brezin and S.Hikami, Phys. Rev. E62, 3558 (2000).